

2017/2018
67. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 12. decembra 2017.)

1. Určte všetky reálne čísla p , pre ktoré má sústava nerovnic

$$\begin{aligned}x^2 + (p - 1)x + p &\leq 0, \\x^2 - (p - 1)x + p &\leq 0\end{aligned}$$

aspoň jedno riešenie v obore reálnych čísel.

(Jaromír Šimša)

2. V trojuholníku ABC označme postupne S_b, S_c stredy strán AC, AB . Dokážte, že ak $|AB| < |AC|$, tak $|\angle BS_cC| < |\angle BS_bC|$.

(Patrik Bak)

3. Pavol striedavo vpisuje krížiky a krúžky do políčok tabuľky (začína krížikom). Keď je tabuľka celá vyplnená, výsledné skóre spočíta ako súčet $X + O$, pričom X je počet riadkov obsahujúcich viac krížikov ako krúžkov a O je počet stĺpcov obsahujúcich viac krúžkov ako krížikov. Určte najvyššie možné skóre dosiahnuteľné pre tabuľku $(2n + 1) \times (2n + 1)$ v závislosti od prirodzeného čísla n .

(Josef Tkadlec)