
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Zadania úloh domácej prípravy kategórie B

- 1 Určte všetky kvadratické trojčleny $f(x)$ tvaru $x^2 + px + q$ s reálnymi koeficientmi p, q , pre ktoré platí

$$f(p) - q = f(q) - p = 2.$$

(Jaroslav Švrček)

- 2 Tabuľku 3×3 vyplníme deviatimi navzájom rôznymi prvočíslami tak, aby súčet čísel v každom riadku aj v každom stĺpci mal rovnakú cifru na mieste jednotiek. Akú najmenšiu hodnotu môže mať súčet všetkých čísel v tabuľke?

(Tomáš Jurík, Tomáš Bárta)

- 3 Na stranách AB, BC, CD, DA pravouholníka $ABCD$ sú postupne zvolené body K, L, M, N tak, že $KM \perp LN$. Dokážte, že obsah štvoruholníka s vrcholmi v stredoch strán štvoruholníka $KLMN$ nie je menší ako jedna štvrtina obsahu pravouholníka $ABCD$.

(Jaroslav Švrček, Jaromír Šimša)

- 4 Označme $\text{nsd}(a, b)$ najväčší spoločný deliteľ nenulových prirodzených čísel a, b a $\text{nsn}(a, b)$ ich najmenší spoločný násobok. Určte všetky nenulové prirodzené čísla m , pre ktoré platí

$$\text{nsd}(25, m) + \text{nsn}(26, m + 1) = 2027.$$

(Tomáš Jurík)

- 5 Z cifier 0, 1, 2, 3, 6 a 7 zostavíme všetky možné šesticiferné čísla, ktoré obsahujú každú z nich, a každé také číslo zapíšeme na inú kartičku. Rozhodnite, či je možné rozdeliť kartičky na sedem kôpok s rovnakými súčtami čísel.

(Jana Kopfová)

- 6 Nech M je stred základne AB rovnoramenného lichobežníka $ABCD$. Označme K druhý priesečník priamky DM s kružnicou k opísanou danému lichobežníku a P priesečník dotýčnice kružnice k v bode K s priamkou AB .

a) Dokážte, že body C, M, K, P ležia na jednej kružnici.

b) Dokážte, že priamka BD je dotýčnica kružnice opísanej trojuholníku BCP .

(Zdeněk Pezlar, Patrik Bak)

Termín odovzdania riešení: **utorok 19. 1. 2027**

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- recenzenti: Stanislav Krajčí, Peter Novotný, Jozef Rajník
- preklad: Peter Novotný