

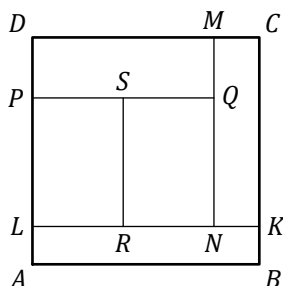
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Zadania úloh domácej prípravy kategórie C

- 1 Máme 14 mincí, z ktorých každá je buď zlatá, alebo strieborná. Mince sú usporiadané do radu tak, že v každej skupine 7 susedných mincí je viac zlatých ako strieborných. Koľko zlatých mincí môžeme mať? Určte všetky možnosti.

(Patrik Vrba)

- 2 Štvorec $ABCD$ zložený z $n \times n$ jednotkových štvorčekov (pričom $n \in \mathbb{N}^+$) je podobne ako na obrázku rozstrihaný na päť pravouholníkov $ABKL$, $KCMN$, $MDPQ$, $PLRS$, $RNQS$. Strihy sú vedené po stranách jednotkových štvorčekov. Určte najmenšie n , pre ktoré sa dá také rozstrihanie spraviť tak, aby všetkých päť pravouholníkov malo navyše rovnaký obvod.



(Jaroslav Zhouf)

- 3 Nájdite najmenšie nenulové prirodzené číslo, ktoré má aspoň dva rôzne prvočinitele a ktoré je násobkom súčtu svojho najmenšieho a najväčšieho prvočiniteľa.

(Patrik Vrba, Patrik Bak)

- 4 Pre reálne čísla a, b, c platí

$$(a + b)^2 \geq (b + c)^2, \quad (a - b)^2 \leq (b - c)^2, \quad a > b > c.$$

Najviac koľko z čísel a, b, c môže byť záporných?

(Mária Dományová)

- 5 V lichobežníku $ABCD$, pričom $AB \parallel CD$ a $|AB| > |CD|$, označme K, L postupne stredy strán AB, BC . Ďalej označme M priesečník úsečiek AL a CK . Dokážte, že priamka DM delí lichobežník $ABCD$ na dve časti s rovnakým obsahom.

(Tomáš Jurík)

- 6 Kuchár varí deväť jedál. Na každý z piatich nasledujúcich dní zostaví jedálny lístok obsahujúci nie nutne rovnaký počet jedál. Musí zaručiť, aby si ľubovoľných päť rôznych jedál z týchto deviatich bolo možné počas týchto piatich dní v nejakom poradí objednať (každý deň jedno jedlo). Určte najmenší možný súčet počtov jedál zo všetkých piatich jedálnych lístkov.

(Josef Tkadlec)

Termín odovzdania riešení: **utorok 19. 1. 2027**

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- recenzenti: Stanislav Krajčí, Peter Novotný, Jozef Rajník
- preklad: Peter Novotný