

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Zadania úloh domácej prípravy kategórie Z8

- 1 Klasická hracia kocka má na svojich stenách bodky v počtoch od 1 do 6 tak, že súčet bodiek na každých dvoch protiľahlých stenách je sedem.

Tri kamarátky si rozdelili 24 rovnakých hracích kociek a každá zo svojich ôsmich kociek zlepila kváder (kocka je špeciálny typ kvádra). Žiadne dva z týchto troch kvádrov nemali rovnaké rozmery a každý bol zlepený tak, že celkový počet bodiek na jeho povrchu bol najväčší možný.

Každá z kamarátok spočítala bodky na povrchu svojho kvádra. Aké čísla mohli dostať?

(Marián Macko)

- 2 Nájdite všetky dvojice celých kladných čísel (a, b) s týmito vlastnosťami:

- čísla a aj b sú menšie ako 50,
- číslo $a \cdot b$ je deliteľné 17, ale číslo $a + b$ nie je deliteľné 17,
- číslo $a \cdot b$ je deliteľné 11, ale číslo $a + b$ nie je deliteľné 11,
- číslo $a \cdot b$ aj číslo $a + b$ sú deliteľné 2.

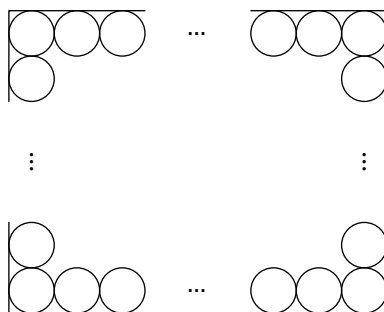
(Eva Semerádová)

- 3 Máme 56 kruhových žetónov s polomerom 4 cm. Sú uložené po obvode stola v tvare obdĺžnika tak, že platí:

- každej strany stola sa dotýka nejaký žetón,
- rohové žetóny sa dotýkajú dvoch strán stola,
- ostatné žetóny sa dotýkajú jednej strany stola,
- susedné žetóny sa dotýkajú navzájom.

Na druhý stôl rovnakých rozmerov začneme ukladať kruhové žetóny s polomerom 3 cm a dodržíme pritom všetky podmienky ako pri prvom stole. Po uložení žetónov pozdĺž celej jednej strany sa ukázalo, že sme použili o 6 žetónov viac ako pozdĺž rovnako dlhej strany na prvom stole.

Zistite rozmery stola.



(Marián Macko)

- 4 V prvom ročníku istej školy sú dve triedy – 1. A a 1. B. V 1. A je o polovicu viac chlapcov ako v 1. B, o štvrtinu viac dievčat ako v 1. B a celkovo o tretinu viac žiakov ako v 1. B.

Akú časť všetkých žiakov prvého ročníka tvoria dievčatá?

(Josef Tkadlec)

- 5 Hugo, Mikuláš a Vojto si vytýčili cyklokrosový okruh. Hugo odštartoval preteky Mikuláša a Vojta na 12 okruhov. Keď Mikuláš prvýkrát prechádzal okolo Huga, Hugo sa vydal v protismere oproti Vojtovi, ktorý zaostával. Kým Hugo prvýkrát stretol Vojta, prešiel 150 metrov. V tom okamihu mal Vojto prejdenú štrnástinu celkovej dĺžky pretekov.

Koľko metrov meral jeden okruh?

(Lenka Dedková)

6 Zvoľte si dva body X, Y , ktorých vzdialenosť je 4 cm. Potom zostrojte štvorec $ABCD$ tak, aby platilo:

- polomer kružnice opísanej trojuholníku BCD je 7 cm,
- bod X leží na uhlopriečke BD a bod Y leží na uhlopriečke AC ,
- body X a Y sú súmerné podľa osi rovnobežnej s priamkou AB .

Popíšte a zdôvodnite konštrukciu štvorca $ABCD$.

(Monika Janičová)

Termíny odovzdania riešení: **piatok 15. 1. 2027** (úlohy 1, 2, 3) a **piatok 12. 2. 2027** (úlohy 4, 5, 6)

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
- autori za SK MO: Monika Janičová, Marián Macko
- recenzenti: Mária Bendová, Iveta Jančígová, Daniela Kovalčíková, Stanislav Krajči, Marián Macko, Erika Novotná, Jozef Rajník
- preklad: Erika Novotná