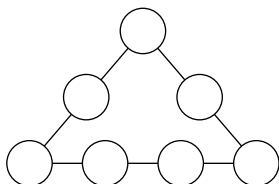


MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Návodné a doplňujúce úlohy k úlohám domácej prípravy kategórie Z6

- 1 Vo vrcholoch trojuholníka a na jeho stranách je sedem prázdnych krúžkov tak, ako na obrázku. Do každého krúžku vpíšeme jedno prirodzené číslo od 1 do 9 tak, aby žiadne číslo nebolo použité viackrát a aby súčin čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký.

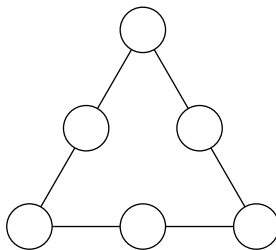


Ktoré čísla môžu byť na strane so štyrmi krúžkami? Nájdite všetky riešenia.

(Erika Novotná)

- N1** Do každého krúžku na obrázku vpíšte jednu z číslic 1 až 9 (každú najviac raz) tak, aby súčet čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký a

- a) čo najväčší;
- b) čo najmenší.

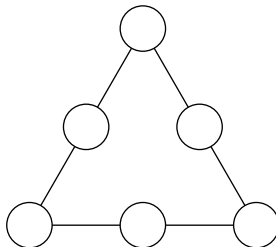


- N2** Z číslic 1 až 9 vyberte šesť číslic tak, aby ich bolo možné rozdeliť

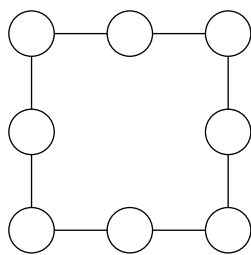
- a) do dvoch skupín s rovnakým súčinom;
- b) do troch skupín s rovnakým súčinom.

Ak taký výber existuje, nájdite príslušné súčiny.

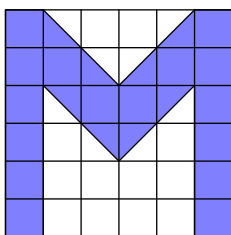
- N3** Do krúžkov na obrázku vpíšte rôzne čísla väčšie než 1 (každé najviac raz) tak, aby súčin čísel na každej strane bol 60.



- D1** Do krúžkov na stranách štvorca (pozri obrázok) vpíšte čísla od 1 do 8 každé práve raz tak, aby súčty na každej strane štvorca boli čo najmenšie a aby to boli štyri rôzne po sebe nasledujúce čísla. Aké sú súčty čísel na jednotlivých stranách štvorca?



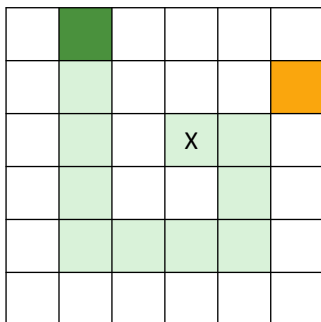
- 2 Viola nakreslila do štvorcovej siete 6 cm $\times$ 6 cm útvar pripomínajúci písmeno M tak, ako na obrázku. Starší brat Vilko poznamenal, že po vhodnom otočení by útvar pripomínal grécke písmeno Σ (veľká sigma). Violu to zaujalo a útvar tvaru Σ nakreslila do rovnakej siete cez pôvodný útvar, avšak inou farbou.



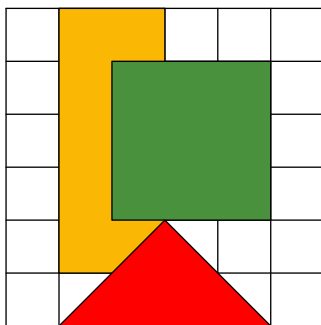
Určte obsah časti siete vyfarbenej oboma farbami.

(Marián Macko)

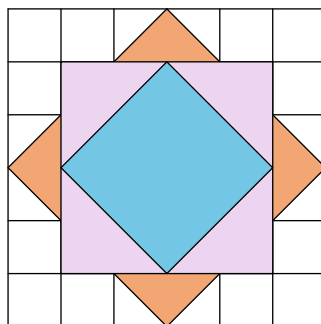
- N1 Na hraciu dosku, ktorá je na obrázku, vykročila figúrka. Postupovala niekoľko krokov dopredu, potom sa otočila doľava, znova urobila niekoľko krokov a všetko zopakovala, až sa dostala na políčko so znakom X. Dráha figúrky je zvýraznená zelenou farbou. Druhá figúrka vykročila na oranžové políčko a pohybovala sa podľa rovnakých pravidiel ako prvá figúrka. Na koľko políčkoch stúpili obe figúrky?



- N2 Na obrázku je v štvorcovej sieti s rozmermi 18 cm $\times$ 18 cm (jedno políčko má stranu 3 cm) umiestnený zelený štvorec, žltý obdĺžnik a červený rovnoramenný trojuholník. Koľko cm^2 pokrýva viac než jeden z týchto troch geometrických tvarov?



- D1 Na podlahe vydláždenej štvorcovými dlaždicami bielej farby s obsahom 4 dm^2 sú položené tri štvorcové koberce. Aký veľký povrch podlahy pokrývajú práve dva koberce?



D2 Písmeno *M* v štvorcovej sieti $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ zo súťažnej úlohy sme prevrátili doprava a výsledok prevrátenia sme zakreslili do pôvodnej štvorcovej siete. Výsledok sme znovu prevrátili doprava a nový – druhý – výsledok opäť zakreslili. Druhý výsledok sme opäť prevrátili doprava a výsledok tohto prevrátenia tiež zakreslili. Určte obsah časti štvorcovej siete, ktorá nakoniec zostala prázdna.

3 Jedna čokoláda stojí niekoľko eur a niekoľko desiatok centov. Za 10 eur môžeme kúpiť najviac tri čokolády, za 15 eur najviac päť čokolád, za 30 eur najviac jedenásť čokolád. Pri každom z týchto nákupov by nám predavač nejaké peniaze vrátil.

Aká môže byť cena jednej čokolády? Nájdite všetky možnosti.

(Marián Macko)

N1 Zdenko si chce kúpiť balenie sušienok v automate, ktorý nevracia peniaze. Jedno balenie sušienok stojí 1,40 € a Zdenko má pri sebe iba veľké množstvo jedoeurových mincí. Najviac koľko balení sušienok si môže kúpiť, ak nechce minúť viac ako 9 €? Najmenej koľko balení sušienok si môže kúpiť, aby mohol cenu presne zaplatiť?

N2 Skupina kamarátov sa chce rozdeliť do tímov na šifrovaciu hru. Dokázali by zostaviť najviac štyri tímy po troch hráčoch, alebo najviac dva tímy po piatich hráčoch, prípadne najviac jeden tím so siedmimi hráčmi, ale vždy niektorí zostali navyše. Koľko bolo v skupine kamarátov?

N3 Sofiina izba má rozmery 4×5 metrov. Popri kratšej stene urobí Sofia 5 rovnako dlhých krokov a popri dlhšej stene 6 rovnako dlhých krokov. V oboch prípadoch jej ostal neprejdenný kúsok kratší, ako je jej krok. Akú dĺžku v celých centimetroch môže mať krok Sofie? Uveďte všetky možnosti.

D1 Cena hľuzovky a aj pralinky je vyjadrená v celých desiatkach centov. Za 4 € by si Lara mohla kúpiť 1 pralinku a k nej najviac 5 hľuzoviek, za 2 € by si mohla kúpiť najviac 2 pralinky. Vždy by jej v obchode nejaké peniaze vrátili. Koľko stojí hľuzovka a koľko pralinka? Nájdite všetky možnosti.

4 Z nasledujúcich siedmich kartičiek môžeme skladať desatinné čísla, ktorých zápis sa nezačína nulou a za desatinnou čiarkou je aspoň jedna cifra:

01	12	23	34	5	,	,
----	----	----	----	---	---	---

a) Zostavte z kartičiek dve čísla s najväčším možným súčtom.

b) Zostavte z kartičiek dve čísla s čo najmenším kladným rozdielom.

V oboch prípadoch je potrebné použiť všetky kartičky a určiť všetky možné dvojice vyhovujúcich čísel.

(Karel Pazourek)

N1 Z čísel 52, 17, 8, 94, 36, 88 vyberte dve, ktorých

a) súčet je najväčší možný;

b) rozdiel je najväčší možný.

N2 Máme 6 kartičiek s číslami 52, 17, 8, 94, 36 a 88. Zostavte dve čísla uložením všetkých kartičiek tak, aby bol súčet zostavených čísel:

a) najväčší možný;

b) najmenší možný.

N3 Z piatich čísl 1, 4, 5, 6 a 9 vyberte štyri a vytvorte z nich dve desatinné čísla menšie než 10 s jedným desatinným miestom tak, aby bol ich

a) súčet najväčší možný;

b) rozdiel najväčší možný;

c) rozdiel najmenší možný.

D1 Jurko mal v osudí 9 loptičiek, na každej z nich bola napísaná iná číslica od 1 do 9 vrátane. Zo štyroch vytiahnutých číslic vytvoril dve dvojciferné čísla. Ich rozdiel bol 82 a bol pre danú štvoricu číslic najväčší možný. Ktoré dvojciferné čísla mohol Jurko vytvoriť? Určte všetky možnosti.

D2 Napíšte čísla 52, 17, 8, 94, 36, 88 v nejakom poradí za sebou a vzniknutý zápis rozdeľte na dve čísla tak, aby bol ich súčet

a) najväčší možný;

b) najmenší možný.

5 V trojuholníku platí:

- jedna strana meria 10 cm,
- dĺžky niektorých dvoch strán sa líšia o 4 cm,
- obvod trojuholníka je 32 cm.

Aké dlhé strany môže mať tento trojuholník? Nájdite všetky riešenia.

(Marián Macko)

N1 Bohuš mal doma doštičky s dĺžkami 3, 4, 5, 6, 7 a 8 decimetrov. Z doštičiek chcel zostaviť výbeh pre škrečka v tvare trojuholníka tak, že na každú stranu použil jednu doštičku. Aké trojice doštičiek nemohol použiť?

N2 Maruška spolu s Aničkou a Barborkou zbierala čerešne. Anička dala do misky 16 čerešní. Rozdiel medzi počtami čerešní, ktoré dali do misky Barborka a Maruška, bol 3. Koľko čerešní dala do misky Maruška, keď nakoniec bolo v miske 27 čerešní a vieme, že Maruška zbiera čerešne zásadne po dvoch?

N3 Pat a Mat potrebovali postaviť ku svojej chate tri schody. Nepodarilo sa im ich urobiť tak, aby boli rovnako vysoké. Všetky tri schody mali dokopy výšku 1 meter. Jeden zo schodov mal výšku 20 cm a dva zo schodov sa od seba líšili o 10 centimetrov. Aká mohla byť výška najvyššieho schodu? Uveďte všetky možnosti.

D1 Erika, Karol, Iva a Vojto sa zaoberali trojuholníkom *KLM*.

- Erika: „Dĺžka strany *KM* je 12 centimetrov.“
- Karol: „Dĺžky jednej dvojice strán sa líšia o 3 centimetre a dĺžky inej dvojice strán sa tiež líšia o 3 centimetre.“
- Iva: „Obvod trojuholníka *KLM* je medzi 44 a 50 centimetrami.“
- Vojto: „Dĺžky dvoch strán sú v centimetroch vyjadrené nepárnym číslom.“

Jeden z kamarátov nehovoril pravdu. Ive a Karolovi môžeme určite veriť. Aké sú dĺžky strán trojuholníka *KLM*, ak sú vyjadrené v centimetroch celými číslami? Nájdite všetky riešenia.

6 V posluchárni je skupina žiakov a lavice, z ktorých každá má dve miesta. Keby sa dievčatá posadili samostatne a chlapci po dvojiciach, zostalo by 9 lavíc prázdnych. Keby sa chlapci posadili samostatne a dievčatá po dvojiciach, zostalo by 12 lavíc prázdnych. Keby všetci sedeli po dvojiciach, počet obsadených lavíc by bol rovnaký ako počet prázdnych lavíc.

Koľko lavíc je v posluchárni?

(Marián Macko)

N1 V triede bolo 18 dvojmiestnych lavíc. Dnes je na hodine matematiky 14 dievčat a 10 chlapcov. Koľko lavíc by zostalo voľných, keby si sadli

- a) všetci po dvojiciach;
- b) všetky dievčatá po dvojiciach a chlapci samostatne;
- c) všetci chlapci po dvojiciach a dievčatá samostatne?

N2 Trieda 3. B sa dnes presunula na výučbu do veľkej auly. Keď si všetci žiaci sadli po dvojiciach, bolo v aule o 9 neobsadených lavíc viac, než keď si na samostatnú prácu sadol každý z nich sám. Keď sedeli všetci sami, zostávalo v aule 5 voľných lavíc. Koľko lavíc je v aule?

N3 V triede je 32 detí. Keby si do lavíc posadali vždy dvojice dievča s chlapcom a zvyšní chlapci by si sadli jednotlivito, bolo by obsadených lavíc o 4 viac, než keby si všetci sadli po dvojiciach. Koľko je v triede dievčat a koľko chlapcov?

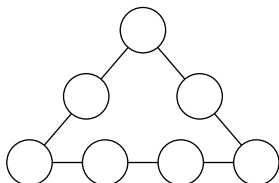
D1 Marek robil vo svojej dedine prieskum o tom, ako cestujú ľudia do práce. Zistil, že niektorí chodia do práce autobusom, niektorí chodia sami autom, niektorí chodia autom vo dvojici a niekoľko ľudí chodí autom v trojici. Keby šli do práce všetci autobusom, vyšlo by z dediny o 13 áut menej a v autobuse by bolo o 24 ľudí viac.

Ak by si všetci, ktorí idú do práce autom sami, prisadli do auta k niekomu inému, vyšiel by rovnaký počet áut, ako keby všetci, čo chodia do práce autom po dvoch, šli autobusom. Koľko ľudí chodí do práce autom vo dvojici?

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Návodné a doplňujúce úlohy k úlohám domácej prípravy kategórie Z6

- 1 Vo vrcholoch trojuholníka a na jeho stranách je sedem prázdnych krúžkov tak, ako na obrázku. Do každého krúžku vpíšeme jedno prirodzené číslo od 1 do 9 tak, aby žiadne číslo nebolo použité viackrát a aby súčin čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký.

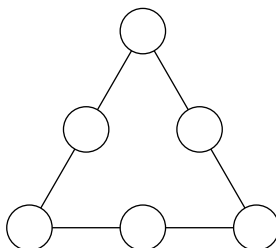


Ktoré čísla môžu byť na strane so štyrmi krúžkami? Nájdite všetky riešenia.

(Erika Novotná)

- N1 Do každého krúžku na obrázku vpíšte jednu z číslic 1 až 9 (každú najviac raz) tak, aby súčet čísel na každej strane trojuholníka bol rovnaký a

- a) čo najväčší;
- b) čo najmenší.



Riešenie:

Najväčší možný súčet je 21 pre 9, 8, 7 vo vrcholoch trojuholníka a 4, 5, 6 na stranách. Najmenší možný súčet je 9 pre 1, 2, 3 vo vrcholoch trojuholníka a 4, 5, 6 na stranách.

- N2 Z číslic 1 až 9 vyberte šesť číslic tak, aby ich bolo možné rozdeliť

- a) do dvoch skupín s rovnakým súčinom;
- b) do troch skupín s rovnakým súčinom.

Ak taký výber existuje, nájdite príslušné súčiny.

Riešenie:

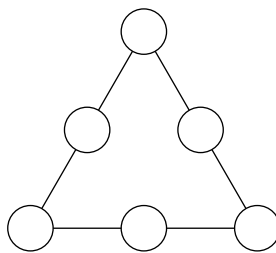
Pri výbere sa budeme opierať o prvočíselný rozklad – vo výslednom rozdelení musia byť v každej skupine zastúpené rovnaké prvočísla v rovnakom počte. Nemôžeme teda zahrnúť číslice 5 ani 7, keďže sa vyskytujú iba raz.

Vo zvyšných siedmich čísliciach sa prvočíslo 2 vyskytuje dokopy sedemkrát, prvočíslo 3 dokopy štyrikrát.

(a) Pre rozklad do dvoch skupín potrebujeme vynechať buď číslicu 8, alebo 2, aby bol počet dvojok párny (potom sú zodpovedajúce súčiny 36, resp. 72 a rozdelenia $\{1, 4, 9\}/\{2, 3, 6\}$ resp. $\{1, 8, 9\}/\{3, 4, 6\}$).

(b) Rozdelenie do troch skupín nie je možné. Počet dvojok aj trojek musí byť deliteľný číslom 3, čo môžeme dosiahnuť len vynechaním číslice 6 – budeme mať 6 dvojok a 3 trojky. Keďže nám ale ostala aj číslica 9, nevieme rozdeliť trojky do troch skupín po jednej trojke.

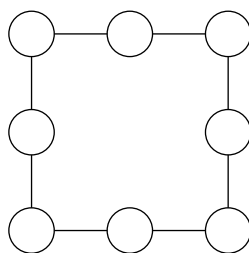
- N3 Do krúžkov na obrázku vpíšte rôzne čísla väčšie než 1 (každé najviac raz) tak, aby súčin čísel na každej strane bol 60.



Riešenie:

Na každej strane musia byť obsiahnuté čísla, ktoré majú dokopy v prvočíselnom rozklade $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Aby bola päťka na každej strane, musí byť číslo 5 vo vrchole trojuholníka a na strane oproti musí byť číslo 10. Existuje len jeden spôsob zápisu čísla 60 pomocou čísla 10 ako $10 \cdot 2 \cdot 3$ a väčšie násobky čísla 5 sa už nedajú použiť, lebo do súčtu 60 by sa dalo použiť maximálne jedno číslo. Na jednej strane sú teda čísla 2, 10, 3 a zvyšné dve strany obsahujú trojicu 2, 6, 5 a 3, 4, 5.

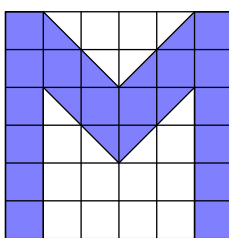
- D1** Do krúžkov na stranách štvorca (pozri obrázok) vpíšte čísla od 1 do 8 každé práve raz tak, aby súčty na každej strane štvorca boli čo najmenšie a aby to boli štyri rôzne po sebe nasledujúce čísla. Aké sú súčty čísel na jednotlivých stranách štvorca?



Riešenie:

Aby bol súčet čo najmenší, musia byť v rohoch použité čo najmenšie čísla (1, 2, 3, 4). Súčet všetkých štyroch stranových súčtov je potom $2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) + (5 + 6 + 7 + 8) = 46$, takže štyri po sebe idúce súčty sú 10, 11, 12 a 13. Jedno takéto vyplnenie je $10 = 2 + 3 + 5$, $11 = 1 + 3 + 7$, $12 = 2 + 4 + 6$ a $13 = 1 + 4 + 8$.

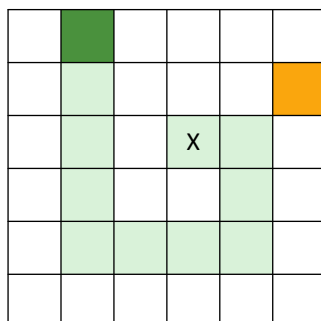
- 2** Viola nakreslila do štvorcovej siete 6 cm $\times$ 6 cm útvar pripomínajúci písmeno M tak, ako na obrázku. Starší brat Vilko poznamenal, že po vhodnom otočení by útvar pripomínal grécke písmeno Σ (veľká sigma). Violu to zaujalo a útvar tvaru Σ nakreslila do rovnakej siete cez pôvodný útvar, avšak inou farbou.



Určte obsah časti siete vyfarbenej oboma farbami.

(Marián Macko)

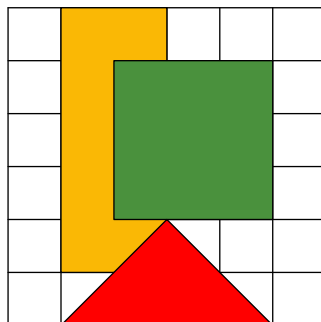
- N1** Na hraciu dosku, ktorá je na obrázku, vykročila figúrka. Postupovala niekoľko krokov dopredu, potom sa otočila doľava, znova urobila niekoľko krokov a všetko zopakovala, až sa dostala na políčko so znakom X. Dráha figúrky je zvýraznená zelenou farbou. Druhá figúrka vykročila na oranžové políčko a pohybovala sa podľa rovnakých pravidiel ako prvá figúrka. Na koľko políčk stúpili obe figúrky?



Riešenie:

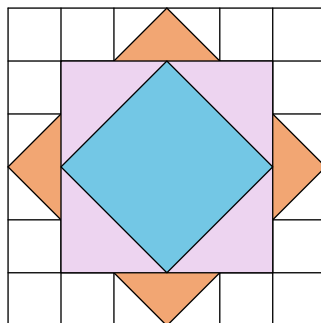
Obe figúrky mali na svojej ceste 6 rovnakých políčok.

- N2** Na obrázku je v štvorcovej sieti s rozmermi $18\text{ cm} \times 18\text{ cm}$ (jedno políčko má stranu 3 cm) umiestnený zelený štvorec, žltý obdĺžnik a červený rovnoramenný trojuholník. Koľko cm^2 pokrýva viac než jeden z týchto troch geometrických tvarov?

**Riešenie:**

Štvorec a obdĺžnik majú spoločné 3 políčka, teda 27 cm^2 ; obdĺžnik a trojuholník zdieľajú pol políčka, teda $4,5\text{ cm}^2$. Dokopy viac než jeden tvar pokrýva $31,5\text{ cm}^2$ siete.

- D1** Na podlahe vydláždenej štvorcovými dlaždicami bielej farby s obsahom 4 dm^2 sú položené tri štvorcové koberce. Aký veľký povrch podlahy pokrývajú práve dva koberce?

**Riešenie:**

Zaujímá nás prekryv hnedého a ružového koberca mimo oblasti, kde je modrý koberec. Dva koberce pokrývajú šesť dlaždíc, teda plochu 24 dm^2 .

- D2** Písmeno M v štvorcovej sieti $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ zo súťažnej úlohy sme prevrátili doprava a výsledok prevrátenia sme zakreslili do pôvodnej štvorcovej siete. Výsledok sme znovu prevrátili doprava a nový – druhý – výsledok opäť zakreslili. Druhý výsledok sme opäť prevrátili doprava a výsledok tohto prevrátenia tiež zakreslili. Určte obsah časti štvorcovej siete, ktorá nakoniec zostala prázdna.

Riešenie:

Nevykreslených by zostalo osem polovic štvorčekov, teda 4 cm^2 .

- 3** Jedna čokoláda stojí niekoľko eur a niekoľko desiatok centov. Za 10 eur môžeme kúpiť najviac tri čokolády, za 15 eur najviac päť čokolád, za 30 eur najviac jedenásť čokolád. Pri každom z týchto nákupov by nám predavač nejaké peniaze vrátil.

Aká môže byť cena jednej čokolády? Nájdite všetky možnosti.

(Marián Macko)

- N1** Zdenko si chce kúpiť balenie sušienok v automate, ktorý nevracia peniaze. Jedno balenie sušienok stojí $1,40\text{ €}$ a Zdenko má pri sebe iba veľké množstvo jedoeurových mincí. Najviac koľko balení sušienok si môže kúpiť, ak nechce minúť viac ako 9 € ? Najmenej koľko balení sušienok si môže kúpiť, aby mohol cenu presne zaplatiť?

Riešenie:

Za 9 € si môže Zdenko kúpiť 6 balení sušienok (cena je $8,40\text{ €}$). Aby vyšla cena presne na celé eurá, musí si kúpiť 5 balení sušienok a zaplatiť 7 € .

- N2** Skupina kamarátov sa chce rozdeliť do tímov na šifrovaciu hru. Dokázali by zostaviť najviac štyri tímy po troch hráčoch, alebo najviac dva tímy po piatich hráčoch, prípadne najviac jeden tím so siedmimi hráčmi, ale

vždy niektorí zostali navyše. Koľko bolo v skupine kamarátov?

Riešenie:

Z prvej podmienky vieme, že ich bolo viac než 12, ale menej než 15, z druhej podmienky žiadne väčšie obmedzenie neplyní, z tretej podmienky vieme, že ich bolo viac než 7, ale menej než 14. V skupine bolo 13 kamarátov.

- N3** Sofiina izba má rozmery 4×5 metrov. Popri kratšej stene urobí Sofia 5 rovnako dlhých krokov a popri dlhšej stene 6 rovnako dlhých krokov. V oboch prípadoch jej ostal neprejdenný kúsok kratší, ako je jej krok. Akú dĺžku v celých centimetroch môže mať krok Sofie? Uveďte všetky možnosti.

Riešenie:

Z prvej podmienky plyní, že Sofiin krok meria medzi 67 a 79 centimetrami, z druhej podmienky je krok najmenej 72 cm dlhý. Sofiin krok môže mať teda dĺžku 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78 alebo 79 cm.

- D1** Cena hľuzovky a aj pralinky je vyjadrená v celých desiatkach centov. Za 4 € by si Lara mohla kúpiť 1 pralinku a k nej najviac 5 hľuzoviek, za 2 € by si mohla kúpiť najviac 2 pralinky. Vždy by jej v obchode nejaké peniaze vrátili. Koľko stojí hľuzovka a koľko pralinka? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie:

Z druhej podmienky plyní, že pralinka mohla stáť 0,70, alebo 0,80, alebo 0,90 €. Zo 4 € tak Lare zostalo na 5 hľuzoviek 3,30, alebo 3,20, alebo 3,10 €. Pre každú z možných cien pralinky stála hľuzovka 0,60 €.

- 4** Z nasledujúcich siedmich kartičiek môžeme skladat' desatinné čísla, ktorých zápis sa nezačína nulou a za desatinnou čiarkou je aspoň jedna cifra:

01	12	23	34	5	,	,
----	----	----	----	---	---	---

- a) Zostavte z kartičiek dve čísla s najväčším možným súčtom.
b) Zostavte z kartičiek dve čísla s čo najmenším kladným rozdielom.

V oboch prípadoch je potrebné použiť všetky kartičky a určiť všetky možné dvojice vyhovujúcich čísel.

(Karel Pazourek)

- N1** Z čísel 52, 17, 8, 94, 36, 88 vyberte dve, ktorých

- a) súčet je najväčší možný;
b) rozdiel je najväčší možný.

Riešenie:

Najväčší možný súčet majú čísla 94 a 88, najväčší rozdiel čísla 94 a 8.

- N2** Máme 6 kartičiek s číslami 52, 17, 8, 94, 36 a 88. Zostavte dve čísla uložením všetkých kartičiek tak, aby bol súčet zostavených čísel:

- a) najväčší možný;
b) najmenší možný.

Riešenie:

(a) Najväčší možný súčet získame vytvorením jedného čo najvyššieho čísla, teda

$$9\,488\,523\,617 + 8 = 9\,488\,523\,625.$$

(b) Číslíc je 11, takže jedno číslo bude 5-ciferné a druhé 6-ciferné. 6-ciferné číslo musí byť čo najmenšie, takže bude začínat' na 17. Aby 5-ciferné číslo bolo čo najmenšie, musí začínat' na 36. Dopĺňaním podľa tohto princípu dostávame $175\,294 + 36\,888 = 212\,182$ alebo $175\,288 + 36\,894 = 212\,182$.

- N3** Z piatich číslíc 1, 4, 5, 6 a 9 vyberte štyri a vytvorte z nich dve desatinné čísla menšie než 10 s jedným desatinným miestom tak, aby bol ich

- a) súčet najväčší možný;
b) rozdiel najväčší možný;
c) rozdiel najmenší možný.

Riešenie:

(a) Najväčší súčet môžeme získať ako $9,5 + 6,4 = 15,9$, prípadne $9,4 + 6,5 = 15,9$. (b) Najväčší rozdiel môžeme získať ako $9,6 - 1,4 = 8,2$. (c) Najmenší rozdiel môžeme získať ako $5,1 - 4,9 = 0,2$, prípadne $6,1 - 5,9 = 0,2$.

D1 Jurko mal v osudí 9 loptičiek, na každej z nich bola napísaná iná číslica od 1 do 9 vrátane. Zo štyroch vytiahnutých číslic vytvoril dve dvojciferné čísla. Ich rozdiel bol 82 a bol pre danú štvoricu číslic najväčší možný. Ktoré dvojciferné čísla mohol Jurko vytvoriť? Určte všetky možnosti.

Riešenie:

Pretože v osudí nie je 0, prvé z dvojciferných čísel muselo začínať číslicou 9 a druhé číslicou 1. Číslce na pozícii jednotiek sa museli líšiť o 2, prichádzajú teda do úvahy dvojice 8 a 6, 7 a 5, 6 a 4, 5 a 3, 4 a 2. Vzniknuté čísla teda mohli byť 98 a 16; 97 a 15; 96 a 14; 95 a 13; 94 a 12.

D2 Napíšte čísla 52, 17, 8, 94, 36, 88 v nejakom poradí za sebou a vzniknutý zápis rozdeľte na dve čísla tak, aby bol ich súčet

a) najväčší možný;

b) najmenší možný.

Riešenie:

(a) $9\,488\,852\,361 + 7 = 9\,488\,852\,368$

(b) $173\,685 + 28\,894 = 202\,579$

5 V trojuholníku platí:

- jedna strana meria 10 cm,
- dĺžky niektorých dvoch strán sa líšia o 4 cm,
- obvod trojuholníka je 32 cm.

Aké dlhé strany môže mať tento trojuholník? Nájdite všetky riešenia.

(Marián Macko)

N1 Bohuš mal doma doštičky s dĺžkami 3, 4, 5, 6, 7 a 8 decimetrov. Z doštičiek chcel zostaviť výbeh pre škrečka v tvare trojuholníka tak, že na každú stranu použil jednu doštičku. Aké trojice doštičiek nemohol použiť?

Riešenie:

Nemohol použiť trojice doštičiek s dĺžkami (3, 4, 7), (3, 4, 8) a (3, 5, 8).

N2 Maruška spolu s Aničkou a Barborkou zbierala čerešne. Anička dala do misky 16 čerešní. Rozdiel medzi počtami čerešní, ktoré dali do misky Barborka a Maruška, bol 3. Koľko čerešní dala do misky Maruška, keď nakoniec bolo v miske 27 čerešní a vieme, že Maruška zbiera čerešne zásadne po dvoch?

Riešenie:

Barborka a Maruška dali do misky dokopy 11 čerešní. Pretože rozdiel počtu ich čerešní bol 3, musela jedna z nich dať do misky 7 čerešní a druhá 4. Maruška zbiera čerešne po dvoch, dala teda do misky 4 čerešne.

N3 Pat a Mat potrebovali postaviť ku svojej chate tri schody. Nepodarilo sa im ich urobiť tak, aby boli rovnako vysoké. Všetky tri schody mali dokopy výšku 1 meter. Jeden zo schodov mal výšku 20 cm a dva zo schodov sa od seba líšili o 10 centimetrov. Aká mohla byť výška najvyššieho schodu? Uveďte všetky možnosti.

Riešenie:

Schody mohli mať výšky v centimetroch (20, 10, 70), alebo (20, 30, 50), alebo (20, 35, 45). Najvyšší schod mohol mať výšku 45 cm, 50 cm alebo 70 cm.

D1 Erika, Karol, Iva a Vojto sa zaoberali trojuholníkom *KLM*.

- Erika: „Dĺžka strany *KM* je 12 centimetrov.“
- Karol: „Dĺžky jednej dvojice strán sa líšia o 3 centimetre a dĺžky inej dvojice strán sa tiež líšia o 3 centimetre.“
- Iva: „Obvod trojuholníka *KLM* je medzi 44 a 50 centimetrami.“
- Vojto: „Dĺžky dvoch strán sú v centimetroch vyjadrené nepárnym číslom.“

Jeden z kamarátov nehovoril pravdu. Ive a Karolovi môžeme určite veriť. Aké sú dĺžky strán trojuholníka *KLM*, ak sú vyjadrené v centimetroch celými číslami? Nájdite všetky riešenia.

Riešenie:

Ak by nehovorila pravdu Erika, mal by trojuholník *KLM* dĺžky strán 13, 16 a 19 centimetrov, alebo 14, 17 a 17 centimetrov, alebo 15, 15 a 18 centimetrov. Ak by nehovoril pravdu Vojto, mal by trojuholník *KLM* dĺžky strán 12, 15 a 18 centimetrov. Úloha má teda štyri riešenia.

6 V posluchárni je skupina žiakov a lavice, z ktorých každá má dve miesta. Keby sa dievčatá posadili samostatne a chlapci po dvojiciach, zostalo by 9 lavíc prázdnych. Keby sa chlapci posadili samostatne a dievčatá po dvoj-

iciach, zostalo by 12 lavíc prázdnych. Keby všetci sedeli po dvojiciach, počet obsadených lavíc by bol rovnaký ako počet prázdnych lavíc.

Koľko lavíc je v posluchárni?

(Marián Macko)

N1 V triede bolo 18 dvojmiestnych lavíc. Dnes je na hodine matematiky 14 dievčat a 10 chlapcov. Koľko lavíc by zostalo voľných, keby si sadli

- a) všetci po dvojiciach;
- b) všetky dievčatá po dvojiciach a chlapci samostatne;
- c) všetci chlapci po dvojiciach a dievčatá samostatne?

Riešenie:

Počty voľných lavíc sú (a) 6, (b) 1, (c) také usadenie nie je možné, jedna lavica by chýbala.

N2 Trieda 3. B sa dnes presunula na výučbu do veľkej auly. Keď si všetci žiaci sadli po dvojiciach, bolo v aule o 9 neobsadených lavíc viac, než keď si na samostatnú prácu sadol každý z nich sám. Keď sedeli všetci sami, zostávalo v aule 5 voľných lavíc. Koľko lavíc je v aule?

Riešenie:

Keďže si všetci sadli po dvojiciach, rozdiel deviatich neobsadených lavíc znamená, že žiakov bolo 18. Keď sedeli všetci sami, zaberali 18 lavíc, dokopy je teda v aule 23 lavíc.

N3 V triede je 32 detí. Keby si do lavíc posadali vždy dvojice dievča s chlapcom a zvyšní chlapci by si sadli jednotlivo, bolo by obsadených lavíc o 4 viac, než keby si všetci sadli po dvojiciach. Koľko je v triede dievčat a koľko chlapcov?

Riešenie:

Chlapcov bolo o 8 viac než dievčat, v triede teda bolo 12 dievčat a 20 chlapcov.

D1 Marek robil vo svojej dedine prieskum o tom, ako cestujú ľudia do práce. Zistil, že niektorí chodia do práce autobusom, niektorí chodia sami autom, niektorí chodia autom vo dvojici a niekoľko ľudí chodí autom v trojici. Keby šli do práce všetci autobusom, vyšlo by z dediny o 13 áut menej a v autobuse by bolo o 24 ľudí viac. Ak by si všetci, ktorí idú do práce autom sami, prisadli do auta k niekomu inému, vyšiel by rovnaký počet áut, ako keby všetci, čo chodia do práce autom po dvoch, šli autobusom. Koľko ľudí chodí do práce autom vo dvojici?

Riešenie:

V 13 autách ide celkom 24 ľudí. Z druhej podmienky plynie, že áut s jedným človekom je rovnaké množstvo ako áut s dvoma. Jediná možnosť rozdelenia osôb do áut je taká, že 5 osôb ide samostatne, 10 osôb vo dvojici a 9 osôb v trojici. Autom vo dvojici teda chodí 10 ľudí.

-
- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - preklad: Iveta Jančígová
 - recenzenti: Iveta Jančígová, Marián Macko, Daniela Kovalčíková