
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Návodné a doplňujúce úlohy k úlohám domácej prípravy kategórie Z5

1 Do políček tabuľky 3×3 doplňte všetky prirodzené čísla od 1 do 9 tak, aby:

- súčet čísel vo všetkých riadkoch a stĺpcoch bol rovnaký,
- číslo 1 bolo hneď vpravo od čísla 6,
- číslo 7 bolo hneď vľavo od čísla 5,
- číslo 8 bolo hneď nad číslom 3.

Nájdite všetky riešenia.

(Karel Pazourek)

N1 Súčet troch rôznych nenulových prirodzených čísel je 11. Jedno z týchto čísel je 7. Ktoré čísla môžu byť tie zvyšné?

N2 Doplňte do tabuľky chýbajúce čísla tak, aby súčty čísel v riadkoch aj v stĺpcoch boli rovnaké:

11		2
		8
	3	9

N3 Čísla od 1 do 5 stoja zoradené v rade tak, že platí:

- susedné čísla v rade sa líšia aspoň o dva;
- číslo 5 stojí hneď vpravo od čísla 3;
- číslo 4 stojí hneď vľavo od čísla 2.

V akom poradí môže týchto päť čísel stáť?

N4 Do tabuľky s tromi riadkami a piatimi stĺpcami sa majú vpísať čísla 1 až 15 tak, aby súčet čísel v každom riadku bol rovnaký a tiež aby súčet čísel v každom stĺpci bol rovnaký. Aký bude súčet čísel v každom riadku? A aký bude súčet čísel v každom stĺpci?

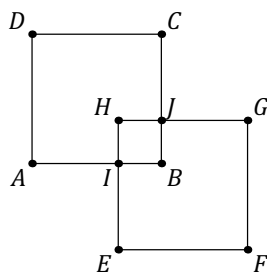
D1 Mirka a Sandra vyplňali nasledujúcu tabuľku číslami. Mirka vyplňala čísla do horného riadka, Sandra do dolného. Mirka povedala: „Každé číslo v mojom riadku (okrem prvého) má tú vlastnosť, že keď ho vynásobím číslom pod ním, dostanem číslo vľavo od neho.“ Sandra povedala: „Každé číslo v mojom riadku (okrem posledného) má tú vlastnosť, že je o 3 väčšie než číslo od neho napravo.“ Doplňte tabuľku podľa pravidiel dievčat.

		10		
		8		

D2 Doplňte tabuľku rôznymi nepárnymi číslami menšími než 32 tak, aby súčet všetkých čísel v každom riadku, v každom stĺpci aj na každej uhlopriečke bol rovnaký.

	23		27
		15	
	5		9
17		29	7

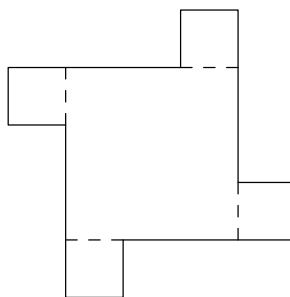
2 Dva rovnako veľké štvorce $ABCD$ a $EFGH$ sa prekrývajú ako na obrázku. Spoločný štvoruholník $IBJH$ je štvorec a jeho strana je trikrát kratšia ako strana AB . Obvod mnohoúhelníka $AIEFGJCD$ je 180 cm.



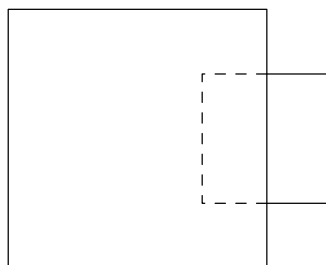
Určte obvod štvorca $ABCD$.

(Eva Semerádová)

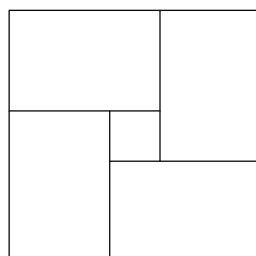
- N1** Štvorec s obvodom 56 cm rozdelíme jednou úsečkou na dva rovnaké obdĺžniky. Určte obvod jedného takého obdĺžnika.
- N2** Máme tri paličky, každá je dlhá 32 cm. Zlepíme ich lepiacou páskou do dlhej palice tak, že sa dve susedné paličky prekrývajú vo štvrtine svojej dĺžky. Aká dlhá je výsledná palica?
- N3** Na obrázku je útvar tvorený jedným veľkým a štyrmi rovnakými menšími štvorcami. Strana každého z menších štvorcov je trikrát menšia než strana väčšieho štvorca. Obvod útvaru je 60 cm. Určte obvod veľkého štvorca.



- N4** Na obrázku je útvar zložený z dvoch prekrývajúcich sa štvorcov, kde väčší z nich má stranu dvakrát dlhšiu ako menší štvorec. Stred menšieho štvorca leží v strede jednej zo strán väčšieho štvorca a zodpovedajúce si strany štvorcov na obrázku sú rovnobežné. Obvod celého útvaru je 90 cm. Určte obvod menšieho štvorca.



- D1** Na obrázku je štvorcová dlaždica so stranou dĺžky 10 dm, ktorá je zložená zo štyroch rovnakých obdĺžnikov a menšieho štvorca. Obvod menšieho štvorca je päťkrát menší než obvod celej dlaždice. Určte rozmery obdĺžnikov.



3 V cirkuse vystupovalo päť zvierat: kôň, tiger, lev, opica a slon. Každé zviera vystupovalo počas pracovného týždňa iný deň:

- tiger nevystupoval v pondelok ani v piatok,
- lev vystupoval hneď nasledujúci deň po koňovi,
- kôň nevystupoval v stredu,
- opica vystupovala neskôr v týždni ako kôň,

- slon nevystupoval prvé tri dni.

Ktoré zviera vystupovalo v utorok?

(Petra Antošová)

- N1** Pán Repa jedol v pondelok, v utorok, v stredu a vo štvrtok každý deň iné ovocie. Jablká jedol v utorok. Hrušky nejedol v stredu. Čerešne jedol vo štvrtok. Kedy pán Repa jedol banány?
- N2** Peter, Radko, Stano a Tomáš spolu pretekali. Peter dobehol medzi Radkom a Stanom. Tomáš dobehol medzi Petrom a Radkom. Kto z nich mohol zvíťaziť? Nájdite všetky možnosti.
- D1** Janko mal tri kletky (čiernu, striebornú, zlatú) a tri zvieratá (morča, potkana a tchora). V každej kletke bolo jedno zviera. Zlatá kletka stála naľavo od čiernej kletky. Strieborná kletka stála napravo od kletky s morčatom. Potkan bol v kletke napravo od striebornej kletky. Určte, v ktorej kletke bolo ktoré zviera.
- D2** Režisér potreboval do televíznej rozprávky štyri psy. Dostal ponuku z Grécka, z Belgicka, z Írska a z Dolnej Lehoty. Vybral ovčiaka, dalmatína, vlkodava a jazvečíka, každého z inej krajiny, s rôznym menom a rôznym vekom.
- Najstarší zo psov bol jazvečík, mal 5 rokov.
 - Bucki bol z nich druhý najmladší.
 - Vlkodav pochádzal z Írska.
 - Pes z Dolnej Lehoty sa volal Dunčo.
 - Oddi oslávil včera svoje štvrté narodeniny.
 - Ovčiak pochádzal z Belgicka.
 - Rubby nebol dalmatín.
 - Vlkodav mal tri roky.
 - Najmladší z vybraných psov bol Rubby, mal dva roky.

Zistite, ako sa každý vybraný pes volal, odkiaľ pochádzal, akej bol rasy a koľko mal rokov.

- 4** Heslo na otvorenie trezora je šesťciferné číslo *HUMBUG*. Každé písmeno označuje jednu cifru. Rôzne písmená označujú rôzne cifry a rovnaké písmená rovnaké cifry. Platí:

$$H + U = 9,$$

$$M \cdot B = 12,$$

$$B - U = 2,$$

$$U > M,$$

$$H - G = 5.$$

Nájdite heslo na otvorenie trezora.

(Erika Novotná)

- N1** Nájdite všetky dvojice navzájom rôznych čísel od 0 do 9 vrátane tak, že:
- a) ich súčet je 13;
 - b) ich súčin je 8;
 - c) ich rozdiel je 8;
 - d) ich súčet je 14.
- N2** Máme 3 škatuľky, každá je označená jedným z písmen *A*, *B* alebo *C*. V každej škatuľke je schované jedno číslo. Vieme, že v škatuľke *A* je číslo o 5 väčšie než číslo v škatuľke *B*. V škatuľke *C* je číslo o 2 väčšie než číslo v škatuľke *B*. Pritom číslo v škatuľke *A* je jedenáste najmenšie dvojciferné číslo. Aké čísla sú v jednotlivých škatuľkách?
- N3** Každé písmeno v čísle *RYBA* predstavuje inú číslicu. Ak písmená zoradíme abecedne, budú im prislúchajúce číslice zoradené od najmenšej po najväčšiu. Vieme, že hodnota jednej číslice je rovná súčtinu všetkých ostatných troch číslic. Tiež vieme, že jedna číslica je o 6 menšia než iná číslica. Určte číslo *RYBA*.
- D1** Rovnaké písmená v nasledujúcom algebrograme označujú rovnaké číslice, rôzne písmená rôzne číslice:

$$AAA + BB + C = 419$$

Aké číslice môžu zodpovedať písmenám *A*, *B*, *C*?

- 5 Kamaráti Xavier, Yvona a Zina zbierajú Pokémon karty. Xavier ich má dvakrát viac ako Zina. Yvona má tretinu Xavierovho počtu kariet. Dvaja z kamarátov majú spolu presne 100 kariet.

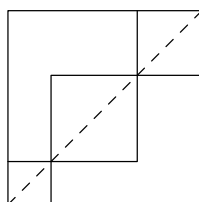
Koľko kariet majú všetci traja kamaráti dokopy?

(Monika Janičová)

- N1 Janko, Kamil a Lída šli na huby, dokopy ich našli 50. Kamil našiel dvakrát toľko húb ako Janko. Lída ich našla 23. Koľko húb našiel Janko a koľko Kamil?
- N2 Na úsečke AD sú umiestnené body B, C tak, že úsečka AB je trikrát kratšia ako úsečka AD a úsečka CD je štyrikrát kratšia ako úsečka BD . Dĺžka úsečky BC je 36 cm. Aká dlhá je úsečka AD ?
- N3 Kábel nabíjačky mobilu je dvakrát kratší než kábel od mikrovlnky. Kábel ku kosačke na trávnu je tak dlhý ako tri káble nabíjačiek a dva káble od mikrovlnky dokopy. Koľkokrát je kábel ku kosačke dlhší než kábel nabíjačky?

- 6 Máme deväť štvorcov s dĺžkami strán v centimetroch vyjadrenými všetkými prirodzenými číslami od 1 do 9. Chceme vybrať sadu niektorých z nich tak, aby sme vybrané štvorce vedeli uložiť podľa nasledujúcich pravidiel:

- do najväčšieho vybraného štvorca má byť vložených niekoľko menších štvorcov,
- dĺžky strán menších štvorcov musia byť po sebe idúce čísla,
- žiadne dva menšie štvorce sa nesmú prekrývať,
- uhlopriečky menších štvorcov musia ležať na uhlopriečke veľkého štvorca a pokrývať ju celú (ako na obrázku).



Aké dĺžky strán môžu mať štvorce vo vyhovujúcej sade? Nájdite všetky riešenia.

(Marián Macko)

- N1 Zapište číslo 9 ako súčet niekoľkých po sebe idúcich čísel. Nájdite všetky riešenia.
- N2 Je daný štvorec so stranou 6 cm. Na jeho uhlopriečku zakreslíme štvorce tak, že sa susedné štvorce dotýkajú vrcholom na tejto uhlopriečke, spolu presne pokryjú celú uhlopriečku a dĺžky strán susedných zakresľovaných štvorcov sa postupne zväčšujú o 1 cm (ako v súťažnej úlohe). Dĺžky strán sú v centimetroch vyjadrené celými číslami. Aké dĺžky strán môžu tieto zakresľované štvorce mať? Nájdite všetky možnosti.
- N3 Je daný štvorec $ABCD$ so stranou 7 cm. Na jeho uhlopriečke BD zostrojte body K a L tak, že úsečky BK, KL a LD budú uhlopriečkami štvorcov so stranami 1 cm, 2 cm a 4 cm.
- D1 Na uhlopriečke štvorca so stranou dĺžky 10 cm zostrojíme
- a) dva štvorce;
 - b) päť štvorcov;
 - c) ľubovoľný počet štvorcov

tak, že na seba tieto štvorce nadväzujú uhlopriečkami (ako v súťažnej úlohe) a spolu presne pokryjú celú uhlopriečku. Dĺžky strán štvorcov môžu byť ľubovoľné. Aký môže byť súčet obvodov týchto zostrojovaných štvorcov?

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2026/2027

Návodné a doplňujúce úlohy k úlohám domácej prípravy kategórie Z5

1 Do políček tabuľky 3×3 doplňte všetky prirodzené čísla od 1 do 9 tak, aby:

- súčet čísel vo všetkých riadkoch a stĺpcoch bol rovnaký,
- číslo 1 bolo hneď vpravo od čísla 6,
- číslo 7 bolo hneď vľavo od čísla 5,
- číslo 8 bolo hneď nad číslom 3.

Nájdite všetky riešenia.

(Karel Pazourek)

N1 Súčet troch rôznych nenulových prirodzených čísel je 11. Jedno z týchto čísel je 7. Ktoré čísla môžu byť tie zvyšné?

Riešenie:

Môžu to byť jedine čísla 1 a 3.

N2 Doplňte do tabuľky chýbajúce čísla tak, aby súčty čísel v riadkoch aj v stĺpcoch boli rovnaké:

11		2
		8
	3	9

Riešenie:

Súčet čísel v riadku či stĺpci je $2 + 8 + 9 = 19$. V prvom riadku chýba 6, v treťom riadku 7, v druhom riadku potom 1 a 10.

N3 Čísla od 1 do 5 stoja zoradené v rade tak, že platí:

- susedné čísla v rade sa líšia aspoň o dva;
- číslo 5 stojí hneď vpravo od čísla 3;
- číslo 4 stojí hneď vľavo od čísla 2.

V akom poradí môže týchto päť čísel stáť?

Riešenie:

Za sebou musia stáť čísla 3–5 a 4–2. Vpravo od čísla 2 nemôže byť ani 1, ani 3, teda 2 stojí úplne vpravo. Potom 1 musí byť pred 4, pretože so 4 nesmie susediť 3 ani 5. Hľadané poradie je 3–5–1–4–2.

N4 Do tabuľky s tromi riadkami a piatimi stĺpcami sa majú vpísať čísla 1 až 15 tak, aby súčet čísel v každom riadku bol rovnaký a tiež aby súčet čísel v každom stĺpci bol rovnaký. Aký bude súčet čísel v každom riadku? A aký bude súčet čísel v každom stĺpci?

Riešenie:

Súčet čísel od 1 do 15 je 120. Teda súčet čísel v riadku musí byť $120 : 3 = 40$ a súčet čísel v stĺpci $120 : 5 = 24$. Jedno také vyplnenie tabuľky vyzerá takto (ako riešenie tejto úlohy ho nie je nutné uvádzať):

14	2	15	4	5
9	10	6	7	8
1	12	3	13	11

D1 Mirka a Sandra vyplňali nasledujúcu tabuľku číslami. Mirka vyplňala čísla do horného riadka, Sandra do dolného. Mirka povedala: „Každé číslo v mojom riadku (okrem prvého) má tú vlastnosť, že keď ho vynásobím číslom pod ním, dostanem číslo vľavo od neho.“ Sandra povedala: „Každé číslo v mojom riadku (okrem posledného) má tú vlastnosť, že je o 3 väčšie než číslo od neho napravo.“ Doplňte tabuľku podľa pravidiel dievčat.

		10		
		8		

Riešenie:

Sandrin riadok dopočítame od daného čísla 8 (doľava pripočítavame 3, doprava odpočítavame). Mirkine čísla vľavo od 10 potom dostaneme násobením ($10 \cdot 8 = 80$, $80 \cdot 11 = 880$), vpravo delením ($10 : 5 = 2$, $2 : 2 = 1$).

880	80	10	2	1
14	11	8	5	2

- D2** Doplňte tabuľku rôznymi nepárnymi číslami menšími než 32 tak, aby súčet všetkých čísel v každom riadku, v každom stĺpci aj na každej uhlopriečke bol rovnaký.

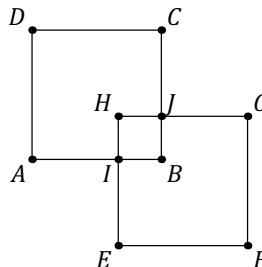
	23		27
		15	
	5		9
17		29	7

Riešenie:

Na uhlopriečke z ľavého dolného do pravého horného rohu sú dané všetky štyri čísla, ich súčet je $17 + 5 + 15 + 27 = 64$. Toľko musí byť aj súčet v každom riadku a stĺpci, odkiaľ postupne dopočítame všetky chýbajúce čísla.

13	23	1	27
3	25	15	21
31	5	19	9
17	11	29	7

- 2** Dva rovnako veľké štvorce $ABCD$ a $EFGH$ sa prekrývajú ako na obrázku. Spoločný štvoruholník $IBJH$ je štvorec a jeho strana je trikrát kratšia ako strana AB . Obvod mnohouholníka $AIEFGJCD$ je 180 cm.



Určte obvod štvorca $ABCD$.

(Eva Semerádová)

- N1** Štvorec s obvodom 56 cm rozdelíme jednou úsečkou na dva rovnaké obdĺžniky. Určte obvod jedného takého obdĺžnika.

Riešenie:

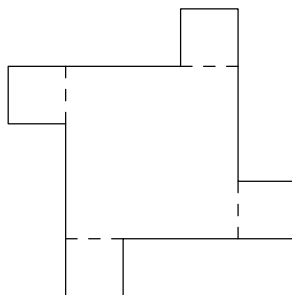
Strana štvorca meria $56 : 4 = 14$ cm. Teda obvod obdĺžnika je rovný $2 \cdot (14 + 14 : 2) = 2 \cdot 21 = 42$ cm.

- N2** Máme tri paličky, každá je dlhá 32 cm. Zlepíme ich lepiacou páskou do dlhej palice tak, že sa dve susedné paličky prekrývajú vo štvrtine svojej dĺžky. Aká dlhá je výsledná palica?

Riešenie:

Paličky sa prekrývajú v dĺžke $32 : 4 = 8$ cm. Teda dĺžka palice bude $3 \cdot 32 - 2 \cdot 8 = 80$ cm.

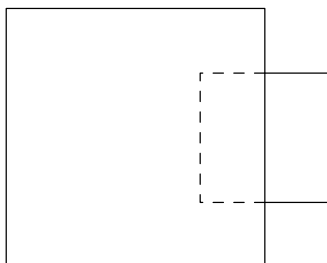
- N3** Na obrázku je útvar tvorený jedným veľkým a štyrmi rovnakými menšími štvorcami. Strana každého z menších štvorcov je trikrát menšia než strana väčšieho štvorca. Obvod útvaru je 60 cm. Určte obvod veľkého štvorca.



Riešenie:

Obvod útvaru je tvorený $4 \cdot 3 = 12$ stranami menšieho štvorca a štyrikrát dvoma tretinami strany väčšieho štvorca. Pretože jedna tretina strany väčšieho štvorca je rovnako dlhá ako strana menšieho štvorca, môžeme povedať, že strana menšieho štvorca sa do obvodu útvaru zmestí presne $12 + 4 \cdot 2 = 20$ -krát. Preto strana menšieho štvorca je dlhá $60 : 20 = 3$ cm a strana väčšieho štvorca $3 \cdot 3 = 9$ cm. Obvod väčšieho štvorca je $4 \cdot 9 = 36$ cm.

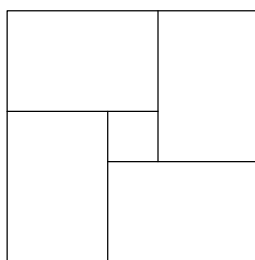
- N4** Na obrázku je útvar zložený z dvoch prekryvajúcich sa štvorcov, kde väčší z nich má stranu dvakrát dlhšiu ako menší štvorec. Stred menšieho štvorca leží v strede jednej zo strán väčšieho štvorca a zodpovedajúce si strany štvorcov na obrázku sú rovnobežné. Obvod celého útvaru je 90 cm. Určte obvod menšieho štvorca.



Riešenie:

Zvoľme si polovicu strany menšieho štvorca ako jednotkovú úsečku. Z veľkého štvorca zoberieme tri celé strany, čo je $3 \cdot 4 = 12$ jednotkových úsečiek. Na štvrtej strane sú dve jednotkové úsečky. Z malého štvorca zoberieme jednu celú stranu (dve jednotkové úsečky) a dvakrát po jednej jednotkovej úsečke. Spolu teda pre obvod máme $12 + 2 + 2 + 2 = 18$ jednotkových úsečiek. Jedna jednotková úsečka preto meria $90 : 18 = 5$ cm a obvod menšieho štvorca je $8 \cdot 5 = 40$ cm.

- D1** Na obrázku je štvorcová dlaždica so stranou dĺžky 10 dm, ktorá je zložená zo štyroch rovnakých obdĺžnikov a menšieho štvorca. Obvod menšieho štvorca je päťkrát menší než obvod celej dlaždice. Určte rozmery obdĺžnikov.



Riešenie:

Obvod malého štvorca je päťkrát menší ako obvod dlaždice, preto aj jeho strana je päťkrát menšia ako strana dlaždice. Strana malého štvorca teda meria $10 : 5 = 2$ dm. Pritom dĺžka strany dlaždice je rovná súčtu dĺžok strany malého štvorca a dvoch kratších strán obdĺžnika. Kratšia strana obdĺžnika teda meria $(10 - 2) : 2 = 4$ dm. Súčasne dĺžka strany dlaždice je rovná súčtu dĺžok kratšej a dlhšej strany obdĺžnika. Dlhšia strana obdĺžnika teda meria $10 - 4 = 6$ dm. Rozmery obdĺžnikov sú 4 dm a 6 dm. (66. ročník MO, úloha Z5-I-3.)

- 3** V cirkuse vystupovalo päť zvierat: kôň, tiger, lev, opica a slon. Každé zviera vystupovalo počas pracovného týždňa iný deň:

- tiger nevystupoval v pondelok ani v piatok,
- lev vystupoval hneď nasledujúci deň po koňovi,
- kôň nevystupoval v stredu,

- opica vystupovala neskôr v týždni ako kôň,
- slon nevystupoval prvé tri dni.

Ktoré zviera vystupovalo v utorok?

(Petra Antošová)

N1 Pán Repa jedol v pondelok, v utorok, v stredu a vo štvrtok každý deň iné ovocie. Jablká jedol v utorok. Hrušky nejedol v stredu. Čerešne jedol vo štvrtok. Kedy pán Repa jedol banány?

Riešenie:

Hrušky mohol jesť iba v pondelok, teda banány jedol v stredu.

N2 Peter, Radko, Stano a Tomáš spolu pretekali. Peter dobehol medzi Radkom a Stanom. Tomáš dobehol medzi Petrom a Radkom. Kto z nich mohol zvíťaziť? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie:

Peter a Tomáš dobehli medzi dvoma chlapcami, teda nemohli byť prví. Poradie mohlo byť buď Radko, Tomáš, Peter, Stano alebo Stano, Peter, Tomáš, Radko. Zvíťaziť mohol Radko alebo Stano.

D1 Janko mal tri klieťky (čiernu, striebornú, zlatú) a tri zvieratá (morča, potkana a tchora). V každej klieťke bolo jedno zviera. Zlatá klieťka stála naľavo od čiernej klieťky. Strieborná klieťka stála napravo od klieťky s morčatom. Potkan bol v klieťke napravo od striebornej klieťky. Určte, v ktorej klieťke bolo ktoré zviera.

Riešenie:

Z posledných dvoch informácií vyplýva, že strieborná klieťka nestála ani úplne vľavo, ani úplne vpravo, teda stála uprostred. Zlatá klieťka stála naľavo od čiernej klieťky, teda poradie klieťok bolo: zlatá, strieborná, čierna. Potkan bol v klieťke napravo od striebornej klieťky, teda bol v čiernej klieťke. Strieborná klieťka stála napravo od klieťky s morčatom, teda morča bolo v zlatej klieťke. Tchor bol v striebornej klieťke. (67. ročník MO, úloha Z5-I-2.)

D2 Režisér potreboval do televíznej rozprávky štyri psy. Dostal ponuku z Grécka, z Belgicka, z Írska a z Dolnej Lehoty. Vybral ovčiaka, dalmatína, vlkodava a jazvečika, každého z inej krajiny, s rôznym menom a rôznym vekom.

- Najstarší zo psov bol jazvečík, mal 5 rokov.
- Bucki bol z nich druhý najmladší.
- Vlkodav pochádzal z Írska.
- Pes z Dolnej Lehoty sa volal Dunčo.
- Oddi oslávil včera svoje štvrté narodeniny.
- Ovčiak pochádzal z Belgicka.
- Rubby nebol dalmatín.
- Vlkodav mal tri roky.
- Najmladší z vybraných psov bol Rubby, mal dva roky.

Zistite, ako sa každý vybraný pes volal, odkiaľ pochádzal, akej bol rasy a koľko mal rokov.

Riešenie:

Všetky vzťahy je možné postupne dopĺňať do tabuľky:

vek	2 roky	3 roky	4 roky	5 rokov
rasa	ovčiak	vlkodav	dalmatín	jazvečík
meno	Rubby	Bucki	Oddi	Dunčo
krajina	Belgicko	Írsko	Grécko	Dolná Lehota

(70. ročník MO, úloha Z5-I-3.)

4 Heslo na otvorenie trezora je šesťciferné číslo *HUMBUG*. Každé písmeno označuje jednu cifru. Rôzne písmená označujú rôzne cifry a rovnaké písmená rovnaké cifry. Platí:

$$H + U = 9,$$

$$M \cdot B = 12,$$

$$B - U = 2,$$

$$U > M,$$

$$H - G = 5.$$

Nájdite heslo na otvorenie trezora.

(Erika Novotná)

N1 Nájdite všetky dvojice navzájom rôznych čísel od 0 do 9 vrátane tak, že:

- a) ich súčet je 13;
- b) ich súčin je 8;
- c) ich rozdiel je 8;
- d) ich súčet je 14.

Riešenie:

(a) 9 a 4, 8 a 5, 7 a 6; (b) 8 a 1, 4 a 2; (c) 9 a 1, 8 a 0; (d) nesmieme použiť dvojicu rovnakých čísel, teda 7 a 7 nevyhovuje. Vyhovujú tak iba dve dvojice: 9 a 5, 8 a 6.

N2 Máme 3 škatuľky, každá je označená jedným z písmen A , B alebo C . V každej škatuľke je schované jedno číslo. Vieme, že v škatuľke A je číslo o 5 väčšie než číslo v škatuľke B . V škatuľke C je číslo o 2 väčšie než číslo v škatuľke B . Pritom číslo v škatuľke A je jedenáste najmenšie dvojčíferné číslo. Aké čísla sú v jednotlivých škatuľkách?

Riešenie:

V škatuľke A je 20, v škatuľke B je 15 a v škatuľke C je 17.

N3 Každé písmeno v čísle $RYBA$ predstavuje inú číslicu. Ak písmená zoradíme abecedne, budú im prislúchajúce číslice zoradené od najmenej po najväčšiu. Vieme, že hodnota jednej číslice je rovná súčinnu všetkých ostatných troch číslic. Tiež vieme, že jedna číslica je o 6 menšia než iná číslica. Určte číslo $RYBA$.

Riešenie:

Podľa abecedy musí platiť $A < B < R < Y$. Súčinom ostatných troch číslic môže byť iba najväčšia z nich, teda $Y = A \cdot B \cdot R$; odtiaľ nutne $A = 1$ (A nemôže byť 0, lebo potom by aj $Y = A \cdot B \cdot R$ bolo 0, čo odporuje $A < Y$; a inak by súčin presiahol 9). Zostávajú možnosti $Y = B \cdot R$, teda $(B, R, Y) = (2, 3, 6)$ alebo $(B, R, Y) = (2, 4, 8)$. Podmienke o rozdieli 6 vyhovuje iba druhá možnosť ($8 - 2 = 6$). Teda $RYBA = 4821$.

D1 Rovnaké písmená v nasledujúcom algebrograme označujú rovnaké číslice, rôzne písmená rôzne číslice:

$$AAA + BB + C = 419$$

Aké číslice môžu zodpovedať písmenám A , B , C ?

Riešenie:

Číslica A nemôže byť 4 ani väčšia, pretože $444 > 419$; nemôže byť ani 2 alebo menšia, lebo $222 + 99 + 9 < 419$. Teda $A = 3$. Ostáva $BB + C = 419 - 333 = 86$. Číslo BB je teda najviac 86 a aspoň $86 - 9 = 77$. Jediné také je 77, takže $B = 7$ a $C = 86 - 77 = 9$.

5 Kamaráti Xavier, Yvona a Zina zbierajú Pokémon karty. Xavier ich má dvakrát viac ako Zina. Yvona má tretinu Xavierovho počtu kariet. Dvaja z kamarátov majú spolu presne 100 kariet.

Koľko kariet majú všetci traja kamaráti dokopy?

(Monika Janičová)

N1 Janko, Kamil a Lída šli na huby, dokopy ich našli 50. Kamil našiel dvakrát toľko húb ako Janko. Lída ich našla 23. Koľko húb našiel Janko a koľko Kamil?

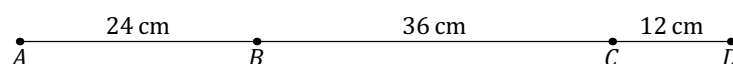
Riešenie:

Janko s Kamilom našli $50 - 23 = 27$ húb. Pretože ich Janko našiel dvakrát menej než Kamil, musel ich nájsť tretinu z 27 a Kamil dve tretiny z 27. Teda Janko našiel 9 húb a Kamil 18 húb.

N2 Na úsečke AD sú umiestnené body B , C tak, že úsečka AB je trikrát kratšia ako úsečka AD a úsečka CD je štyrikrát kratšia ako úsečka BD . Dĺžka úsečky BC je 36 cm. Aká dlhá je úsečka AD ?

Riešenie:

Pretože bod C oddeľuje štvrtinu úsečky BD , musí BC tvoriť tri štvrtiny úsečky BD . Teda CD je trikrát kratšia než BC a platí $|CD| = 36 : 3 = 12$ cm. Potom $|BD| = |BC| + |CD| = 36 + 12 = 48$ cm. Podobne zo zadania plynie, že BD tvorí dve tretiny AD , teda $|AB| = |BD| : 2 = 24$ cm. Dĺžka úsečky AD je tak $24 + 48 = 72$ cm.



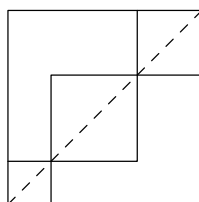
N3 Kábel nabíjačky mobilu je dvakrát kratší než kábel od mikrovlnky. Kábel ku kosačke na trávnu je tak dlhý ako tri káble nabíjačiek a dva káble od mikrovlnky dokopy. Koľkokrát je kábel ku kosačke dlhší než kábel nabíjačky?

Riešenie:

$$3 + 2 \cdot 2 = 7\text{-krát dlhší.}$$

6 Máme deväť štvorcov s dĺžkami strán v centimetroch vyjadrenými všetkými prirodzenými číslami od 1 do 9. Chceme vybrať sadu niektorých z nich tak, aby sme vybrané štvorce vedeli uložiť podľa nasledujúcich pravidiel:

- do najväčšieho vybraného štvorca má byť vložený niekoľko menších štvorcov,
- dĺžky strán menších štvorcov musia byť po sebe idúce čísla,
- žiadne dva menšie štvorce sa nesmú prekryvať,
- uhlopriečky menších štvorcov musia ležať na uhlopriečke veľkého štvorca a pokrývať ju celú (ako na obrázku).



Aké dĺžky strán môžu mať štvorce vo vyhovujúcej sade? Nájdite všetky riešenia.

(Marián Macko)

N1 Zapíšte číslo 9 ako súčet niekoľkých po sebe idúcich čísel. Nájdite všetky riešenia.

Riešenie:

$$4 + 5 \text{ alebo } 2 + 3 + 4.$$

N2 Je daný štvorec so stranou 6 cm. Na jeho uhlopriečku zakreslíme štvorce tak, že sa susedné štvorce dotýkajú vrcholom na tejto uhlopriečke, spolu presne pokryjú celú uhlopriečku a dĺžky strán susedných zakresľovaných štvorcov sa postupne zväčšujú o 1 cm (ako v súťažnej úlohe). Dĺžky strán sú v centimetroch vyjadrené celými číslami. Aké dĺžky strán môžu tieto zakresľované štvorce mať? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie:

Súčet dĺžok strán zakresľovaných štvorcov sa rovná dĺžke strany daného štvorca, teda 6 cm. Vyhovuje iba trojica štvorcov so stranami dĺžok 1 cm, 2 cm a 3 cm.

N3 Je daný štvorec $ABCD$ so stranou 7 cm. Na jeho uhlopriečke BD zostrojte body K a L tak, že úsečky BK , KL a LD budú uhlopriečkami štvorcov so stranami 1 cm, 2 cm a 4 cm.

Riešenie:

Stačí si rozdeliť stranu AB dvoma bodmi na úsečky dĺžok 4 cm, 2 cm a 1 cm (od vrcholu A). Týmto deliacimi bodmi potom vedieme kolmice ku strane AB a tie pretnú uhlopriečku BD v bodoch K a L .

D1 Na uhlopriečke štvorca so stranou dĺžky 10 cm zostrojíme

- a) dva štvorce;
- b) päť štvorcov;
- c) ľubovoľný počet štvorcov

tak, že na seba tieto štvorce nadväzujú uhlopriečkami (ako v súťažnej úlohe) a spolu presne pokryjú celú uhlopriečku. Dĺžky strán štvorcov môžu byť ľubovoľné. Aký môže byť súčet obvodov týchto zostrojovaných štvorcov?

Riešenie:

Vždy 40 cm. Ak strany štvorcov premietneme kolmo na strany veľkého štvorca, zistíme, že presne pokryjú obvod veľkého štvorca.

-
- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - preklad: Iveta Jančígová
 - recenzenti: Iveta Jančígová, Marián Macko, Daniela Kovalčíková